センン測度の図解－貧困と不平等の関係を数理的表現から眺める

１アマルティァ・センについて

センの貧困研究は 9 歳の時に体験した母国のベンガル飢饉（1943 年）がベースにあるという。ベンガルに生まれ育ったセンは 18 才の時に数学、物理学から厚生経済学・社会選択論の分野へと転じ、カルカッタ大学のプレジデンシー・カレッジにおいて 1953 年に学士号を取得している。同年ケンブリッジのトリニティー・カレッジに留学、1959 年に博士学位を取得、この学位請求論文は「開発途上国における技術選択の問題[1]」であり、センの研究活動における「経済成長論、費用―便益分析、開発経済学など、多くの分野におけるその後の多彩な研究の端緒となったもの[2]」と評価されている。センの最初の著作である。

その後、カルカッタのジャダブール大学(1957～58)、ケンブリッジ大学トリニティ・カレッジのフェロー（1957～63）、そしてデリー・スクール・オブ・エコノミックス（DSE）(1963～1971)において教鞭をとり、この（DSE）時代に『集合的選択と社会的厚生』（Sen1970）の執筆を始めている。この論文がアローに始まる「社会的選択の理論に対する革新的な業績[3]」とされる、センの首著である。

この時代のセンの仕事は「アローの『不確定性定理』を更に進めて、リベラリズムの価値観の中に『全員一致の原理（パレート原理）』と『個人の自己決定の承認』と言う二つの要素」があり、これが両立不可能である事を数理的に証明』して、効用に依拠する『パレート原理と言う厚生基準』と『個人の自己決定権の承認』などの非効用情報を重視する社会倫理との間の根本的な緊張関係を明らかにした[4]」とされている。

ここに自由社会の常識的見解、「パレート原理と個人の自己決定、自由の尊重の両立」は不可能である事が顕かにされ、この主張はパレート・リベラル・パラドックスと言われている。

時はネールの死後「インド計画化の黄金時代」は二度と戻ってはこなかったと言う[5]時代。インド・エコノミスト達がインドを後にする動きの中で、1971 年にセンはロンドン・スクール・オブ・エコノミックス（LSE）の経済学教授に就任する。この LSE の時代はセンの「正統派経済学の基礎に対する深刻な倫理学的批判の開始[6]」の時とされ、1973 年の『不平等の経済学』、そして 1976 年「センの貧困測度（セン測度)」の開発へと続いている。

1　鈴村興太郎　後藤玲子　『アマルティァ・センー経済学と倫理学』P5　実教出版　2005 年 11 月 25 日

2 同上

3 同上　P7

4 アマルティァ・セン『不平等の再検討』池本幸生・野上裕生・佐藤仁訳　P247　岩波書店　2005 年 6 月

5絵所秀紀　http://repo.lib.hosei.ac.jp/bitstream/10114/1433/1/69-2esho.pdf　2014/12/05

6 アマルティァ・セン著　鈴村興太郎・須賀晃一訳『不平等の経済学』P280　東洋経済出版社　2008 年 9 月

２．センの厚生主義批判

センの議論は、アローに始る社会的選択理論の分野で、伝統的な厚生経済学が陥っていた「経済学の倫理的側面を正面から議論する事を回避[7]」する論理構成に対する反論であり、自己利益最大化を行動原理とする合理的経済人（ホモエコノミカス）の選択行動をベースに置き、あるいはこれに依拠した上で経済社会の状態、その善し悪し評価、判断を進める厚生経済学の「枠組み」自体の限界を衝くものであった。

正統派の厚生経済学のホモエコノミカスとは、「選好・利害・厚生・選択と言う―本来は全く異質な―概念をなんら区別できない『合理的馬鹿』[8]」であり、それを論理の中枢に据えている厚生経済学は、本来別個である個人的利害（損得）と厚生の改善・改悪（善し悪し）と選択行動までもを含めて、選好（好き嫌い）の問題に帰すという、選好に過酷な重荷を負わせている[9]と批判する。

この指摘は社会福祉の側からすれば、厚生情報の狭隘さ、その帰結主義的判断、総和主義的論理への反対と捉える事ができるであろう。選好に帰着させ得るとした上で厚生（効用）を尺度に価値評価を行おうとすれば、人間活動、生活構造の全体性、社会関係の相互依存性、非厚生情報（人権、信仰、愛情、プロセスの意味、共同体への参加など）の価値、意思決定へのプロセスにおいて変容を来す人間存在を無視せざるを得ないのであろう。センの主張、この視点は、ソーシャルワーク活動が歴史的経過の中で培ってきた人間理解、実践的価値、その主張とは双方向的であると言わざるを得ない。

時代は戦後復興なった 1970 年代であり、相対的貧困が絶対的貧困にとって代わり、もはや相対的貧困の時代が到来したという言説が興隆していた。1970 年、センは最小限の自由とパレート原理は両立しないという有名なパレート・リベラル・パラドックスを示し、この内容が戦後の自由社会の常識というべき、自由市場への信頼、厚生主義的原理への否定であると解釈されて、社会哲学各分野の注目を集めて、その後の反厚生主義な議論を牽引する。

財がもたらす心理的な満足感である「厚生」を社会的な価値の基準とする思想、厚生主義は、一つは個人の自由、人権の視点から、もう一つは貧困、不平等を測る指数、測度の開発研究から反論がなされた[10]という。アメリカで起こった反厚生主義的正義論は、1970 年代

---

7 アマルティァ・セン　鈴村興太郎・須賀晃一訳『不平等の経済学』P282
東洋経済出版社　2008 年 9 月

8 同上　P283

9 鈴村興太郎　後藤玲子　『アマルティァ・センー経済学と倫理学』P24　実教出版
2005 年 11 月 25 日

10参)ftp://papers.mpiew-jena.mpg.de/esi/discussionpapers/2004-03.pdf　20 行

後半の福祉国家の危機、1979 年のサッチャー政権、1980 年のリーガン大統領の登場と続く中で、R・ドウォーキンらによって個人の基本的権利・人権を究極的価値とする権利的正義論へと発展する[11]。

センはアローの不確定性定理において課された「公理（条件）」を部分的解除、緩和を試みながら、社会的厚生関数の成立関係を精査し、関数の適用の拡張を試み、その中から社会的意思決定や社会評価のための数理分析の基礎を築いていった。それは貧困・不平等研究において「経済的不平等に関する体系的・理論的・思想的な整理と問題提起」ともされる新しい測度（指標）の開発であり、「貧困の計測方法に対する功利主義的な検討と新しい測度の提唱[12]」であった。その貧困測度（指標）が「セン測度」である。

３．センの貧困測度

戦後復興なった 1970 年代、ロンドン・スクール・オブ・エコノミックス（LSE）時代のセンは人々の低所得についての情報（所得分布）を厚生という「人間の心理的な満足観の少なさ」として評価して、社会の貧困度を測定するという伝統的な「社会的厚生関数」、貧困指標（測度）の検討を進めていた。貧困とは、貧困線以下の低所得状態を指している。

この伝統的な手法の中で、センはそれまでの貧困者を均一な集団として扱う測度（貧困率、貧困ギャップ比率）とは一線を画する、貧困者内部の格差を反映する新しい「貧困測度」を開発している。その後多用されたという一群の FGT 測度はこの測度を改変したものである。

この測度こそ 1976 年に公刊された論文「貧困：測定への序数的アプローチ」[Sen(1976b)]に於いて発表した、貧困率、貧困ギャップ比率、貧困者のジニ係数を抱える新しい測度、「セン測度」であり、「公理的に導出されたという理論的アピールに加えて、貧困層内部の不平等をジニ係数という形で取り込んだものと解釈できる為、直感的にも理解しやすく優れたものであった[13]」とされた。セン測度は「貧困と不平等と言う相互に関連してはいるが異なった二つの関心を統合する最初の試み[14]」 とされ、相対的貧困（不平等問題）と絶対的貧困の関係を数理的に明らかにしている。

①　絶対的貧困と相対的貧困

071122 20

[11]田中成明　「現代の法哲学者たち」長尾隆一編　P11　日本評論社 1987 年 8 月

[12]　鈴村興太郎　後藤玲子　『アマルティア・セン―経済学と倫理学』P8　実教出版　2005 年 11 月 25 日

[13] 絵所秀紀　山崎幸治編著　『アマルティア・センの世界―経済学と開発研究の架橋―　』P86　19 行 晃洋書房　2005 年 2 月 25 日

[14]　鈴村興太郎 後藤玲子 『アマルティア・セン―経済学と倫理学』P223 実教出版 2005 年 11 月 25 日

ところで、20 世紀を目前にするロンドンで、産業革命当時の都市生活者の貧困に対して、ブースらによって初めて科学的貧困調査が行われた。この調査に影響をうけたローントリー（成功したチョコレート会社の経営者）はヨーク調査を行っている。彼は必要カロリー量（3500cal）から食糧費を計算し、更に諸経費を積み上げて最低生活費を算出した。この最低生活費を絶対的貧困線として、これ以下の所得での生活を**絶対貧困**とするというラインを提示しており、日本でも終戦直後の頃の生活保護基準のルーツとなっている。

絶対的貧困とは、生物学的存在としての人間の生命維持が、不可能な物質的欠乏状態であり、必要な衣食住の経費を軸として「健康やその他の需要（衣服、住居等）から国民の水準とは無関係に決まる動かしがたい水準[15]」の所得額（貧困線）をはじき出し、それ以下の所得状態を指している。

これに対して戦後復興なった 1970 年代には、P. タウンゼントにより「貧困な人々の生活資源は、平均的な個人や家族が自由にできる生活資源に比べて極めて劣っているために、通常社会で当然とみなされている生活様式、習慣、社会的諸活動から事実上締め出されて（deprived）いる[16]」と指摘された**相対的貧困**の概念が提示された。

剥奪(relative deprivation)と言う視点によって輪郭を明らかにされた新しい貧困「相対的貧困」は、豊かな社会内部の貧困として、集団の平均的水準と言う「他者との比較」おいて始めて問題となる点で、その本質は格差、不平等問題と言わざるを得ない。比較する「社会の平均的水準」に影響をうける貧困であり、個人の低所得額だけでは捉える事はできない社会心理的な問題を含んでいる。

豊かになった先進諸国では、人々は生物学的な生命維持は果たせても、その生活が社会の平均的水準とかけ離れている時に、近隣とのつきあい、求職活動などの社会関係において、社会生活を営む中のハンディが生じており、「貧困のもたらす無気力状態」が指摘された。この「質的なものを視野に入れた」とされる新しい貧困、「相対的貧困」概念が定着していった。

人に無気力状態をもたらすという相対的貧困の定義は、貧困が人の生きる意欲、人の本質である思惟し社会行動をする力を奪う社会問題である事を明らかにしていると言えよう。セン測度が開発された 1976 年頃は、この相対的貧困概念が定着を見る時代であった。

② 貧困測度、不平等測度と公理

貧困や不平等を把握する測度（指数）は多数開発されているが、一つはその社会の人々の所得のばらつき状態や低所得から貧困や不平等を把握する「記述的」な測度（ジニ関数、標準偏差など）である。もう一つが、貧困や不平等を、所得や財などから得られる人間の心理的な満足感（厚生）の不足と考えて、所得分布から社会全体の厚生（社会的厚生）の不足を

[15] 阿部　實　「公的扶助論」1 章　P47　中央法規　2006 年 1 月
[16] 杉村宏　『貧困と不平等と社会福祉』4 章　P72　有斐閣　1994 年 4 月 20 日

導き、その不足の程度から貧困や不平等を把握しようとする社会的厚生関数の測度である。後者ではセン測度、アトキンソン測度などが開発されている。

後者は、社会的厚生の不足を、社会内の個々人の所得の不足の集計値から捉えようとする「社会的厚生関数」であり、この関数（測度）は、どのような必要条件（公理）を満たしているか否かによって、関数である各貧困測度の特徴や癖、傾向性、いわばその貧困測度の抱えている、貧困観、貧困に係る価値規範性を明らかにする事ができる。

たとえば、極貧層や相対的に豊かな貧困線に近い層のうち、どの層の所得の低さをどの程度重要視して貧困度に反映できるのかなど、その測度の弾き出す貧困度や不平等度は所得分布のどのような傾向を捉えているか、捉えられないのかを、分析的に明らかにできるわけである。

そしてその逆向きの道筋から、極貧層の人数やその変化に反応できる測度（関数）を求めて、一定の縛りをかけた測度を開発するなど、多様な公理群とそれらを満たす測度が開発されている。センの測度はこの公理分析の手法によって、導かれた初めての指標、測度である。

４．センの測度を読む

ところで、センの測度が開発される前に多用されていた測度は二つあって、その一つ「貧困率」は全体の何%の人々が貧困状態なのかを捉え、もう一つの「所得ギャップ比率」では貧困層の所得は平均してどれだけ貧困線を下回っているかを捉えている。

これら二つの測度は、いわば貧困者全体を一体的集団として捉えていたといえよう。なぜなら貧困線以下の人々の所得がさらに下がっても貧困率には響かず、貧困者内部で格差が増大しても貧困率、所得ギャップ比率には響かない。センは、この二つの測度の問題点に配慮して、貧困者内部での貧困の程度、厳しさの違い、個別的な状況に注目する「公理」を設定し、貧困者内部の所得格差に反応できる測度の開発を目指したわけである。

① センのアイディア

「セン（Sen,1976b）によるＳ測度（センの測度・筆者註）のオリジナルな導出は、厚生経済学的なアイディア――所得不足のウェートを、個人の所得と厚生水準の順序に結びつけるアイディア――に基づいていた[17]。」とされている。

センのアイディアは、貧困者の中を最も最も所得の高い人（貧困線所得の人）から、所得の低い極貧の人にむけて､その社会の貧困者人口がｑ人であればｑ番目まで順序付けして、より所得の低い人に高い順位が付されるように並べ、その貧困者までの所得ギャップ(貧困

17　アマルティア・セン著　鈴村興太郎・須賀晃一訳『不平等の経済学』P192
東洋経済新報社　2008 年 9 月

線所得とその人の実際の所得の差)を累積するのだが、その時その順位数に基づいた係数をかけて（重み付けし)、貧困ギャップデータを押し上げて集計するものである。

この手法によって所得不平等の度合は、貧困線からの乖離額、所得の低さばかりではなく、その社会内で、その人より貧しい人がどれだけ存在しているのか、社会内での貧困の順位付け、社会的位置関係により影響を受け、規定される量として現れてくる。結果としてローレンツ曲線による順序付けと同様の手順をとって、セン測度はジニ係数を抱えるわけである。

ところで、格差、不平等問題は他者との比較において生起する問題であり、その人の所得の絶対額、実際の所得では見えてこない問題であり、社会内の他者との位置関係に規定され、その意味で人間生活の社会的な側面の問題と言わざるを得ない。社会内の位置を問題にしてそれに反応し、相対的に貧しい人々の人数が多ければ多い程、その社会内の貧困の順位付けが高い貧困者の人数が多いほど、その社会の貧困度を押し上げるこの測度は、所得の低さ（生活財の不足や低所得）ばかりではなく、貧困に晒されている人々の社会内順位にも影響をうける、社会関係的な現実、心理的剥奪の程度を捕捉することができる測度と言えよう。

この手法は鈴村興太郎　後藤玲子『アマルティア・セン　経済学と倫理学』では「公理R（序数的ランクによる重み付け)」として説明されている[18]。そしてセン測度は「貧困と不平等と言う相互に関連してはいるが異なった二つの関心を統合する最初の試み[19]」とされ、相対的貧困（不平等問題）と絶対的貧困の関係を数理的に明らかにしている。

② センン測度の関数の構造

セン測度は以下の様に纏められ、二つの項に分かれている。後項部分には不平等指標として親しみのあるジニ係数が、「入れ子」のように抱えられている。

センの貧困測度　：（セン測度のジニ関数の均等分割線は貧困ラインである）

P（貧困の度合い）＝ H(I+(１-I)×貧困者内部のジニ関数）

展開すると：　P（貧困の度合い）＝HI　＋　H(1-I)×貧困者内部のジニ関数

H　（貧困率）：　（貧困線以下の人数／全人口数）

I　（所得ギャップ比率）：（貧困線－貧困者所得の平均／貧困線）

・セン測度全体はその社会の貧困の度合いを表す。
・貧困者とは、その社会の貧困線以下の所得で生活している人々である。
・貧困率とは、その社会では全人口の何%が貧困者なのか、（貧困者数／全人口）である。
・所得ギャップ比率とは、その社会の貧困者は平均するとどれだけ貧しいのか。

18　鈴村興太郎　後藤玲子　『アマルティア・センー経済学と倫理学』P224　実教出版　2005 年 11 月 25 日

19　同上　P223

正確には、貧困線所得と全貧困者の平均所得の差を「所得ギャップ」と呼び、
貧困線所得を１とした時の、「所得ギャップ」平均値の割合である。

(a)前項部分について

前項は貧困率に貧困ギャップ比率をかけた数値.

$$\text{前項} = \frac{(\text{貧困者数}) \times (\text{貧困線} - \text{貧困者所得平均})}{(\text{全人口}) \times (\text{貧困線})}$$

分母の（全人口×貧困線）は、
その社会の全員が貧困線所得になる為、**(社会の脱貧困)**の為の富（総所得)。
分子は、全貧困者数に貧困ギャップ（貧困線所得－貧困者所得平均）をかけており、
全貧困者が貧困線所得になる為、**（貧困者の脱貧困）**の為の富（総所得)。
前項（分母÷分子）は、**(社会の脱貧困)÷（貧困者の脱貧困）であり、**
(社会の脱貧困)の為の富（総所得）を１とした時の、
（貧困者の脱貧困）の為に必要な富（総所得）の割合。
緑の長い方形 ABDE を１とした時の**ピンクの ABC** の面積比率である。]
[図解（１)、展開を参照]

（ｂ)後項部分について

後項部分はジニ関数を抱えている事で分かり易く示されているように、不平等、格差を反映する部分である。後項部分の係数を、前項と比較してみると、後項部分の係数は H(1-I（ギャップ比率))で、前項との違いは貧困率に「ギャップ比率」そのものが掛けられている点である。ギャップ比率とは「貧困線」を１とした時の「貧困者平均所得との差」の割合なので、後項の係数部分の（1－ギャップ比率）とは**貧困者平均所得**そのものの割合になる。

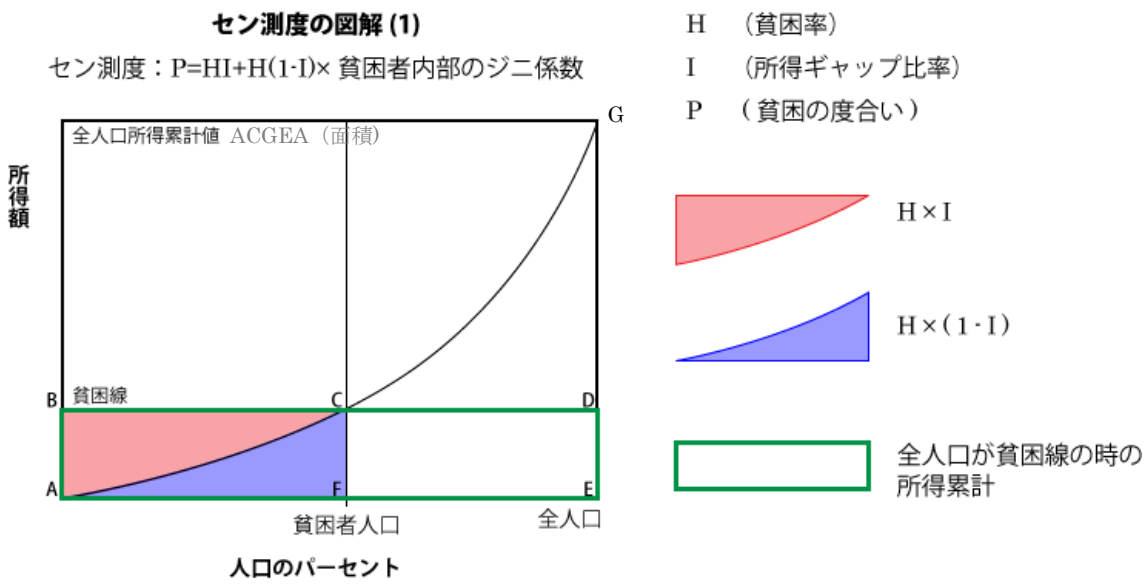
そこで後項のジニ係数にかけられている係数部分 H(1-I)とは、下記のように表される。

$$\text{後項係数} = \frac{\text{貧困者数}}{\text{全人口}} \times \frac{\text{貧困者平均所得}}{\text{貧困線所得}}$$

貧困者数×貧困者平均所得＝貧困者累計所得なので

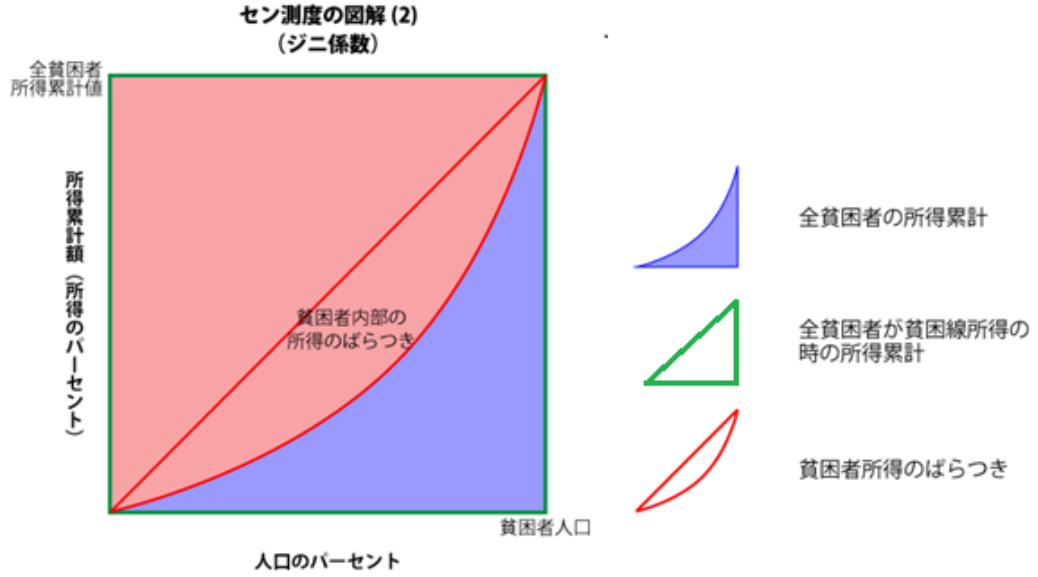
$$= \frac{\text{貧困者数} \times \text{貧困者平均所得}}{\text{全人口} \times \text{貧困線所得}} = \frac{\text{貧困者総所得 (紫の ACF の面積)}}{\text{全人口} \times \text{貧困線所得 (緑の方形 ABCDE)}}$$

[この値は図形(1)の、緑の長い方形 ABDE を１とした時の紫の ACF の面積比率である。]
そしてこの値にジニ係数を掛けている後項全体は、現実の貧困者所得のばらつき、不平等度を示していると考えられる。



図解（１）：このグラフの横軸はその社会の人口を表し、右端は人口ｐ人の社会ではｐである。なじみのあるローレンツ曲線との違いは、縦軸が世帯あるいは個人の所得額であって所得累計額では無い点である。ジニ係数の中のローレンツ曲線では、縦軸は所得累計額だが、ここでは累計される前の素の所得額を採っている。その為、貧困線所得はBDの水平なラインとなっており、図(2)のローレンツ曲線をとるジニ係数では、貧困線は45度の傾きの均等分割線である。なのでこの曲線はいわば、なじみのあるローレンツ曲線を微分した曲線である。前項部分は図解(１)おける（ピンクの面積ABC)／(緑の長い方形の面積ABDE）であり、後項の係数H(1-I)は（紫の面積ACF)／(緑の長い方形の面積ABDE）に相当する。

参考）ジニ係数とセン測度図解（1）の関連について



図解（2）：図解（1）における横軸のうち、貧困者人口Fまでを切り取る。縦軸は貧困者の

所得の順位付けにより、所得額ではなく所得累計値を縦軸にとって、縦軸、横軸は１対１。

実際の貧困者所得の少なさを反映する係数が、貧困者所得のばらつきであるジニ係数に掛けているので、後項全体は、その社会の現実の貧困者所得配分のばらつき（不平等）を、貧困者の実所得累計が大きい、相対的に豊かな社会程大きくなり、貧しい社会程小さくなる値である。（相対的貧困と同じ傾向）

（ｃ）セン測度の全体構造

ｉ）ある大きさの富を保有している社会を想定すると、その全構成員を、貧困者集団と非貧困者（富者）集団という二つの集団に分ける事ができる。貧困者と非貧困者を分けるのは所得の大小であり、貧困線がその境界である。

今、貧困者集団の総所得額は①（貧困者数×貧困者平均所得 ACF）である。

そしてこの社会において、全ての貧困者が脱貧困するためには、全ての貧困者所得が貧困線に達している事が必要であり、その仮定的な必要所得総額は②（貧困者数×貧困線所得 ABCF）である。

そうすると、②と①の差の分だけの総所得額が追加的に増える事ができると、その社会の全貧困者は脱貧困できることになり、①と②は一致する。

この関係をセン測度の図解（1）において、①を紫の部分の面積、②を短い緑の方形 ABCF の面積、そして②－①をピンクの部分 ABC の面積として示している。

非貧困者（富者）の所得は貧困線以上だが、セン測度は非貧困者（富者）の貧困線以上の所得については考慮せずに、社会の全人口が貧困線所得を達成する為に必要な仮定的な総所得額（全人口×貧困線）を問題にして、この社会の脱貧困の為に必要な総所得額（③緑の長い方形 ABDE）を１として、①、②－①の割合を弾き出している。

５．セン測度が含意する貧困概念

セン測度が数理的に示している事は、先進国型、発展途上国型の貧困における絶対的貧困、相対的貧困（不平等問題）の関係、発展途上国では絶対的貧困が、先進国では相対的貧困が大きく表れるという貧困の様相である。前項部分が絶対的貧困、後項部分が相対的貧困（不平等問題）と考えるならば、セン測度はこの関係と全く一致している。

発展途上の貧しい社会では、ほとんどの国民は食うや食わずの貧しさ、絶対的貧困に覆われているのに対して、豊かな先進諸国では、生物的な生存は果たせており、絶対的貧困状態は少ないのだが、その社会の平均的な生活水準を営めずに、みじめさ、無気力さなどの心理的衰弱をきたす貧困、「相対的貧困」が広がっている。

そしてこの二つの貧困は、その社会の所得の平均値、所得分布の動向｛貧困線水準、貧困率、貧困ギャップ比率、貧困者の所得格差の変化（ジニ関数)｝に伴って変化する、区分けしようとしても重なりあう、互いに明確に切り分ける事が出来ない構造にあり、互いの重なり合いを変化させながら、その社会の貧困全体を形づくっている。

センス測度の特徴の一つは、非貧困者（富裕者）の所得はどんなに増大しても、貧困線までの所得（脱貧困のための総所得）だけを問題とする形式、「打ち切り」を採用し、非貧困者（富裕者）の所得がさらに富んでもその社会の貧困の度合いには影響しない事である。

（格差増大の中の所得額格差拡大について、鈍感になる）220516 追加

またセン測度は前項も後項も貧困率を抱えていて、貧困率、貧困者の人数によって大きく影響を受ける指数である。セン測度の貧困線は貧困者総体の均等分割線と同値であって、かつその貧困線（貧困者内部の均等分割線と同値）に強い影響を受ける測度であり、貧困率、貧困者人数、貧困線水準の影響を避ける事はできない。セン測度は貧困線水準に大きく依存せざるを得ないという特徴があり、この特徴は「貧困」とは貧困線以下の所得状態として、貧困線に依存すると言う概念規定を良くなぞっている。

６．社会サービスと所得保障を混然一体的な給付をする社会保障制度

上記二つの貧困（貧困と不平等）の構造的な理解を踏まえれば、絶対的貧困に対応する所得保障制度と相対的貧困に対応する各種対人社会サービス提供は、混然一体的に行われる事が求められ、さらに多様な制度の利用について、個々の国民の生活問題の実態に沿いながら、制度を繋ぎ合せ、社会保障制度の活用を促すソーシャルワーク相談が必要不可欠である。

所得保障、対人諸サービスと住宅、ソーシャルワーク相談の三位一体的な実施体制を持つ社会保障制度が、貧困政策を継続的に実効性を確保できる社会保障制度と考えられる。

（2022/05/31）